

Avant-propos

Le terme *numérique* englobe les sciences et les technologies de l'information et de la communication, couvrant des domaines tels que l'informatique, l'électronique numérique et les télécommunications. Les avancées dans ces domaines, en matière de découvertes, de développements et d'utilisations, ont connu une croissance exponentielle au cours des cinquante dernières années. Ces progrès ont profondément transformé les activités humaines, et la transition vers le *tout numérique* est devenue un enjeu majeur, non seulement sur le plan économique, mais aussi politique. En parallèle, les professions liées au numérique évoluent constamment. Il est intéressant de noter que ces progrès numériques reposent en réalité sur une base mathématique étendue. Ainsi, tout ingénieur ou chercheur aspirant à l'innovation doit posséder des connaissances mathématiques suffisantes.

De nombreux étudiants ont choisi précocement des filières liées à l'informatique sans avoir préalablement acquis les bases mathématiques qui pourraient leur faire défaut à l'avenir. Bien qu'ils puissent certainement exceller en tant que techniciens, ils pourraient ne pas être aussi bien préparés à devenir de bons ingénieurs ou chercheurs.

Faut-il rappeler que l'informatique ne peut se concevoir sans une solide base mathématique ? Les progrès réalisés dans les technologies numériques ont été étroitement liés au soutien des mathématiques. Les pionniers de l'ordinateur étaient avant tout des mathématiciens : Alan Turing, Claude Shannon, John von Neumann, et même Charles Babbage, que l'on surnomme le grand-père de l'informatique. Ils n'auraient jamais pu concevoir les ordinateurs sans leur expertise mathématique. On peut également citer d'autres figures historiques, comme Euclide, qui a formulé le premier algorithme de l'histoire, George Boole, père de l'algèbre binaire, Ada Lovelace, pionnière dans la création des premiers programmes informatiques, Grace Hopper, à qui l'on doit le premier compilateur de langage, Margaret Hamilton, figure clé de l'ingénierie logicielle, et bien d'autres. Tous, sans exception, étaient des mathématiciens. Aujourd'hui, des domaines tels que l'intelligence artificielle, la gestion de vastes ensembles de données et la sécurité de

l'information sont au cœur de la recherche en informatique. Une fois de plus, il est évident que sans une solide base mathématique, il est difficile d'innover dans ces domaines.

Nos enseignements de mathématiques pour le numérique visent à répondre à la nécessité de fournir les connaissances mathématiques essentielles pour maîtriser et développer les technologies numériques. Cet ouvrage s'adresse naturellement aux étudiants des universités et aux élèves des écoles d'ingénieurs. Cependant, il est également destiné aux professionnels de l'informatique en activité, qui, dans le cadre de la formation continue, ont besoin de compléter leurs connaissances mathématiques en lien avec leur domaine professionnel.

Cet ouvrage en trois volumes compile les enseignements dispensés à de nombreuses générations d'étudiants des deux premiers cycles universitaires, plus précisément en licence/master en informatique ou en méthodes informatiques appliquées à la gestion des entreprises. Le premier et présent volume concerne les bases essentielles de mathématiques pour aborder les technologies numériques, et son contenu est décrit ci-dessous. Le deuxième porte sur l'information numérique. Le troisième est consacré à l'analyse de données et à l'optimisation.

Le chapitre 1 de ce premier volume présente les notions fondamentales de logique et établit les bases du raisonnement déductif.

Le chapitre 2 aborde les notions fondamentales sur les ensembles et les relations binaires, tandis que le chapitre 3 traite de l'analyse combinatoire.

Le chapitre 4 traite de la définition et des propriétés de la structure de l'algèbre de Boole, ainsi que de la manipulation des fonctions booléennes. Dans la continuité, le chapitre 5 aborde les aspects théoriques des circuits électroniques et leur mise en œuvre pratique pour la fabrication de modules automatiques.

Le chapitre 6 revisite des concepts d'arithmétique qui, par le passé, constituaient le socle de l'enseignement des mathématiques dans les écoles primaires. Aujourd'hui, ces concepts démontrent leur utilité dans le domaine de la sécurité de l'information. Les chapitres suivants, le 7 et le 8, sont consacrés à la protection des données et à leur confidentialité, en abordant les codes de détection et de correction d'erreurs ainsi que les systèmes de chiffrement.

Les trois derniers chapitres, à savoir le 9, le 10 et le 11, portent sur le traitement des données et des prévisions qu'il est possible d'en déduire. Ils réexaminent les notions fondamentales de probabilité et de statistique, car celles-ci sont cruciales pour l'analyse des données. Plus spécifiquement, le dernier chapitre illustre comment le hasard peut être *exploité* pour réaliser des expérimentations au moyen de simulations.

Afin d'atteindre notre objectif, qui est la maîtrise de l'application des résultats mathématiques, nous avons présenté des démonstrations chaque fois qu'elles étaient abordables pour le lecteur, que nous supposons être familier avec les connaissances de base. Dans certains cas, nous avons choisi de faire confiance à la validité des résultats, tout en signalant que des démonstrations détaillées peuvent être trouvées dans des ouvrages plus avancés.

Dans chacun des chapitres, nous avons cherché à fournir de nombreux exemples pour illustrer les concepts présentés. En général, ces exemples sont élaborés en détail afin d'assurer une meilleure compréhension du lecteur.

Enfin, pour chaque thématique abordée, nous avons choisi de les présenter de manière exhaustive en partant des définitions et hypothèses de départ. Ces notions élémentaires seront certainement connues de nombreux lecteurs, mais cette approche délibérée vise à épargner à ceux qui pourraient avoir des lacunes de connaissances la nécessité de rechercher ces concepts dans d'autres ouvrages.